

**ЗАДАНИЯ II-ГО (ОЧНОГО) ЭТАПА ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ  
РГАУ-МСХА ИМЕНИ К.А. ТИМИРЯЗЕВА ПО МАТЕМАТИКЕ 2023/2024 гг.**

**9 класс**

**Вариант 1.**

1. Найти значение выражения  $x_1^4 - x_2^4$ , где  $x_1, x_2$  - корни уравнения  $x^2 + 12x + 35 = 0$

2. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 10 \leq 0 \\ x^4 - 16 \geq 0 \end{cases}$$

3. В трапеции  $MQTP$  при боковой стороне  $MQ$  биссектрисы углов  $M$  и  $Q$  пересекаются в точке  $N$ . Найдите  $MQ$ , если  $MN = 24$ ,  $QN = 32$ .

4. Один сплав состоит из олова и свинца, входящих в него в отношении 1:3, а другой сплав содержит те же металлы в отношении 3:4. Из скольких частей обоих сплавов можно получить новый сплав, содержащий те же металлы в отношении 8:13? В ответ записать два числа через знак / без пробелов, чтобы получилась (правильная или неправильная) несократимая дробь .

5. Доказать, что уравнение  $x^4 + 20x^3 + 150x^2 + 500x + 626 = 0$  не имеет действительных решений.

6. Равносторонний треугольник  $ABC$  со стороной  $a$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина  $AB$ ,  $N$  – середина  $AC$ , при этом прямая  $MN$  пересекает дугу  $AC$  в точке  $Q$ . Найти  $MN:NQ$ .

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{8}{3} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{12}{5} \\ \frac{xz}{x+z} = \frac{24}{7} \end{cases}$$

**10 класс**

**Вариант 1.**

1. Упростите выражение

$$\sqrt[3]{\sqrt[7]{x^3} - 6 \cdot \sqrt[54]{x^{16} \cdot y^{21}} + 12 \cdot \sqrt[28]{x^4 \cdot y^{21}} - 8 \cdot \sqrt[8]{y^9}}$$

2. Решите уравнение:

$$|x^2 + 3x| = |2x - 6|$$

3. Равносторонний треугольник  $ABC$  со стороной  $a$  вписан в окружность. Диаметр окружности, параллельный стороне  $CB$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $P$ , сторону  $AB$  в точке  $Q$ , а дугу  $AB$  в точке  $N$ . Найти  $PQ:QN$ .

4. Два предпринимателя внесли деньги в общий бизнес. Первый внёс 5 млн.рублей, второй внёс 15 млн. руб. Через год первый забрал свои деньги без дохода, а через два года они поделили доход, полученный за два года. Помогите им поделить доход в сумме 1,8 млн. руб., учитывая капитализацию прибыли за первый год. В ответ запишите прибыль первого бизнесмена (в млн. рублей).

5. Доказать, что уравнение  $x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 163 = 0$  не имеет действительных решений.

6. Один сплав состоит из олова и кадмия, входящих в него в отношении 2:3, а другой сплав содержит те же металлы в отношении 3:4. Из скольких частей обоих сплавов можно получить новый сплав, содержащий те же металлы в отношении 7:10? В ответ записать несократимую дробь.

7. Для квадратичной функции  $f(x) = x^2 + bx + c$  выполняется условие  $f(f(-3))=f(f(0))=f(f(3))$ . Найдите все значения  $b$  и  $c$ , когда это верно. В ответ запишите удвоенную сумму всех значений из найденных пар.

## 11 класс

### Вариант 1.

1. Решите уравнение:

$$3x^2 + 5\sqrt{3x^2 - 5x - 12} = 48 + 5x$$

2. Периметр ромба равен 16, одна из его диагоналей равна 4, найти площадь ромба.

3. Два предпринимателя внесли деньги в общий бизнес. Первый внёс 10 млн.рублей, второй внёс 20 млн. руб. Через год первый забрал свои деньги без дохода, а через два года они поделили доход, полученный за два года. Помогите им поделить доход в сумме 3,108 млн. руб., учитывая капитализацию прибыли за первый год. В ответ запишите прибыль первого бизнесмена (в млн. рублей).

4. Решить неравенство

$$x^2 \log_{81} x \geq \log_{81} x^2 + x \log_3 x$$

5. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD сторона основания равна 6 см, а высота 3 см. На боковом ребре SD выбрана точка K так, что SK:KD=1:2. Найти косинус угла между прямыми AK и SC.

6. Прямая  $y=3x-1$  касается графика функции  $y = ax^2 + bx + 9$  в точке A(1; 2). Найдите значения  $a$  и  $b$ . В ответ запишите их произведение.

7. Для квадратичной функции  $f(x) = x^2 + bx + c$  выполняется условие  $f(f(-2))=f(f(0))=f(f(2))$ . Найдите все значения  $b$  и  $c$ , когда это верно. В ответ запишите сумму всех значений из найденных пар.